KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
2012-2013 Eğitim-Öğretim Bahar Yarıyılı
Tıbbi Görüntüleme Sistemleri Arasınav Soruları

- ✓ Soru kâğıdına **adınız**, **soyadınız** ve **numaranız** dışında başka hiçbir şey yazmayınız.
- ✓ Sorular **eşit** puanlıdır.
- ✓ Sınav süresi **120** dakikadır.

Bir eşikleme işleminden geçirilmiş ve daha sonra ikili imgeye dönüştürülmüş bir tıbbi görüntüye ait geometrik moment $\mathrm{m_{pq}} = \sum_x \sum_y x^{\mathrm{p}} y^{\mathrm{q}} f(x,y)$ ifadesiyle hesaplansın. Denklemde, $f(.)$ önişlem uygulanmış imgedeki pikseller, ya 0 ya da 1 değerliklidir. Karmaşık momentlerse, $\mathrm{c_{pq}} = \sum_{k=0}^{p} \sum_{j=0}^{q} \binom{p}{k} \binom{q}{j} (-1)^{q-j} \times \mathbf{i}^{p+q-k-j} \times \mathrm{m}_{k+j,p+q-k-j}$ ifadesiyle geometrik momentlere bağlı olarak hesaplanabilir. Denklemde, $\mathbf{i} = \sqrt{-1}$ dir. Simetrik olmayan nesneler için karmaşık moment değişmezlerinin taban (basis) ifadesi ise, $\mathcal{B} = \left\{\Phi(\mathrm{p},\mathrm{q}) \equiv \mathrm{c_{pq}} \mathrm{c}_{\mathrm{q_0 p_0}}^{\mathrm{p-q}} \middle| \mathrm{p} \geq \mathrm{q} \text{ ve } \mathrm{p}+\mathrm{q} \leq \mathrm{r}\right\}$ şeklinde verilebilir. Burada r ilgili momentin sırasını (order) göstermektedir.

Bu verilenlere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

Soru 1: Sadece seçeceğiniz toplam **10 şıkka** cevap veriniz.

(1) μ_{pq} **merkezi momentlerin** hesaplanmasında kullanılabilecek genel bir **formül** yazınız.
(2) Tıbbi görüntü hangi tür bir **deformasyona** (biçim bozulmasına) uğramışsa geometrik moment yerine **merkezi momentleri** hesaplamak gerekir?
(3) **Merkezi momentlerin** hangi sıradan ($r = 0, 1, 2, \ldots$) olanlarını **hesaplamak gereksizdir**?
(4) $\nu_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{\mu_{00}^{((p+q)/2)+1}}$ **ifadesini**, tıbbi görüntü hangi tür bir **deformasyona** uğramışsa kullanmak gerekir? Normalizasyon işleminde, μ_{00} yerine, μ_{02} ve μ_{20} **momentlerinin** her ikisi de birlikte kullanılsaydı ilgili denklemde ne gibi bir değişiklik yapmak gerekirdi? **Normalizasyon işlemi** için, niçin μ_{02} ve μ_{20} gibi **ikinci sıradan** ($r = 2$) **momentler** tercih edilmiş olabilir? Ayrıca, **3-boyutlu görüntüler** için ν_{pqs} **denklemi** nasıl ifade edilebilir?
(5) $\emptyset_1, \ldots, \emptyset_7$ **Hu moment değişmezleri**, tıbbi görüntü özellikle hangi tür bir **deformasyona** uğramışsa hesaplanmalıdır?
(6) **Hu moment değişmezleri** nasıl bir yaklaşım geliştirilerek **türetilmiş** olabilir?
(7) **Hu moment değişmezlerinin sakıncalarından bir tanesi eksiklik** (incomplete) olarak ifade edilebilir. Bu durumu bir örnek vererek kısaca açıklayınız.
(8) c_{pq} **karmaşık moment** hesaplama denklemini **kutupsal (polar) koordinatlara** bağlı olarak en genel bir şekilde yazınız.
(9) **Karmaşık momentler** tıbbi görüntü özellikle nasıl bir **deformasyona** uğramışsa tercih edilir?
(10) **Karmaşık moment değişmezlerinin Hu moment değişmezlerine** göre **avantajları** neler olabilir?
(11) **Simetrik olmayan nesneler** için karmaşık moment değişmezlerinin hesaplanmasında kullanılan $\mathcal{B}$ **taban ifadesinde** p_0 ve q_0 **değerlerinin** ayarlanması nasıl yapılmalıdır?
(12) Hu moment değişmezlerinin ilki, $\emptyset_1 = m_{20} + m_{02}$ ifadesiyle hesaplanabilir. Bu durumda, $\emptyset_1$ **Hu moment değişmezini**, c_{pq} **karmaşık momentlerine** ve $\Phi(p,q)$ **karmaşık moment değişmezlerine** (p_0 ve q_0 için hangi değerler alındığı da belirtilecek) bağlı olarak ayrı ayrı ifade ediniz.
(13) **Simetrik nesneler** için de karmaşık moment değişmezleri hesaplanmak istensin. Bu durumda, $\mathcal{B}$ **taban ifadesinde** ne gibi bir düzenleme yapılmalıdır?

Soru 2:

Affine (ilgin) dönüşümünün ayrıştırmasına bağlı olarak bir tıbbi görüntü, ötelemeye (translation), düzgün ölçeklemeye (uniform scaling) ve daha sonra birinci döndürme işlemlerine bağlı olarak normalize edilmek istensin. Bu durumda, normalizasyon açısı, $\alpha = \frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20}-\mu_{02}}\right)$ ifadesiyle verilebilir. Bu açıya bağlı olarak ilgili moment hesaplaması ise aşağıdaki gibi yapılabilir: $\mu'_{pq} = \sum_{k=0}^{p} \sum_{j=0}^{q} \binom{p}{k} \binom{q}{j} (-1)^{p+j} \times \sin^{p-k+j}\alpha \cos^{q+k-j}\alpha \times \nu_{k+j,p+q-k-j}$. Bu tür **normalizasyon işlemlerinin**, ikinci sıradan ($r = 2$) merkezi momentlere bağlı olarak elde edilen **ortak değişinti matrisi** (covariance matrix) kullanılarak da yapılabileceğini ilgili denklem ifadelerini yazarak gösteriniz (Ortak değişinti matrisinden **özdeğerlerin** ve **özvektörlerin** nasıl elde edilebileceği ayrıntılı bir şekilde **açıklanacak**). Ayrıca, tıbbi bir görüntü kaykı (skew) deformasyonuna uğramışsa, germe (stretching) işlemine göre yapılan normalizasyonun yanında, görüntünün **kaçıncı sıradan merkezi momentlere** bağlı olarak elde edilen açıyla **ikinci bir döndürme işlemine** tabi tutulması gerekir? Kısaca açıklayınız.

Cevap 1:

(1) $\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - x_m)^p (y - y_m)^q f(x, y)$, burada $x_m = \frac{m_{10}}{m_{00}}$ ve $y_m = \frac{m_{01}}{m_{00}}$

(2) Öteleme işlemi yapılmışsa hesaplanır.

(3) Birinci sıradan ($r = 1$) momentleri hesaplamaya gerek yoktur. Çünkü μ_{01} ve μ_{10} değerleri 0 çıkmaktadır.

(4) Düzgün ölçekleme yapmak için ilgili ifade kullanılır. μ_{20} ve μ_{02} bağlı olarak $\nu_{pq} = \frac{\mu_{pq}}{(\mu_{20}+\mu_{02})^{(((p+q)/2)+1)/2}}$ ifadesi yazılabilir. Çünkü ikinci dereceden momentler görüntüye ait en iyi öznitelikleri vermektedir (döndürülmüş elips denklemi). 3-boyutlu görüntüler için $\nu_{pqs} = \frac{\mu_{pqs}}{\mu_{000}^{((p+q+s)/3)+1}}$ ifadesi yazılır.

(5) Orijin etrafında bir döndürme işlemi yapılmışsa gereklidir.

(6) Hu moment değişmezleri döndürmeye karşı değişmezlik gösterdiğinden, cebirsel moment değişmezleri dikkate alınarak türetilmişlerdir: $I(a'_0, a'_1, \ldots) = J^w I(a_0, a_1, \ldots)$, burada J, deformasyona ait Jacobian matrisi ve w dizinin kaçıncı dereceden hesaplaması yapıldığına bağlı olarak değişen ağırlık katsayısıdır.

(7) $\emptyset_1, \ldots, \emptyset_7$ Hu moment değişmezlerine bağlı olarak sadece $(m_{11})^2$ değeri elde edilmektedir. Bu durumda m_{11} in işareti kestirilemez.

(8) $c_{pq} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} u^{p+q+1} e^{-i(p-q)\theta} f(x, y)\, du\, d\theta$. Burada u yarıçapı göstermektedir.

(9) Özellikle döndürme işlemi yapılmışsa bu tür hesaplama yapılır.

(10) Hu moment değişmezlerinin sakıncaları arasında bağımlılık vardır, örneğin $\emptyset_3$ diğer moment değişmezlerinden hesaplanabilir. Eksiklik vardır ve bazen 7 tane moment değişmezi de nesneleri ayrıştırmada yeterli olamamaktadır. Bütün bu sakıncalar karmaşık moment değişmezlerinde ortadan kaldırılmıştır.

(11) Bir kere $p_0 + q_0 \leq r$, $p_0 - q_0 = 1$ ve $c_{p_0 q_0} \neq 0$ şartları sağlanmalıdır. p_0 ve q_0 değerleri en küçük moment sırası $r \geq 2$ dikkate alınarak seçilmelidir. Bu durumda, $p_0 = 2$ ve $q_0 = 1$ değerlerine bağlı olarak $|c_{p_0 q_0}|$ değeri hesaplanmalı, önceden belirlenen bir eşikle karşılaştırma yapılmalı ve şartlar sağlanmıyorsa p_0 ve q_0 değerleri birer artırılarak yeni değerler tekrar gözden geçirilmelidir. $p_0 = 1$ ve $q_0 = 0$ seçilmesi durumunda, $c_{10} = m_{10} + \mathbf{i} m_{01}$ ifadesi 0 çıktığından dikkate almaya gerek yoktur.

(12) $\emptyset_1 = c_{11}$ ve $\emptyset_1 = \Phi(1,1)$ olarak ifade edilebilir. İkinci eşitlikte $p_0 = 2$ ve $q_0 = 1$ şeklinde alınabilir.

(13) $\mathcal{B} = \{\Phi(p, q) \equiv c_{pq} c_{q_0 p_0}^k \,|\, p \geq q \text{ ve } p + q \leq r \text{ ve } k \equiv (p - q)/N\}$, $p_0 + q_0 \leq r$, $p_0 - q_0 = N$ ve $c_{p_0 q_0} \neq 0$. Burada N simetrik nesnelere bağlı olarak değişmektedir. Simetrik olmayan nesneler için N=1, üçgen için = 3 ve daire için N = ∞ alınabilir.

Cevap 2:

Ortak değişinti matrisi $= \begin{bmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{bmatrix}$ şeklinde yazılabilir. Bu matrisin özdeğerleri $\begin{vmatrix} \mu_{20} - \lambda & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} - \lambda \end{vmatrix} = 0$ eşitliğinden, $\lambda_1 = \frac{\mu_{20}+\mu_{02}+\sqrt{(\mu_{20}-\mu_{02})^2+4\mu_{11}^2}}{2}$ ve $\lambda_2 = \frac{\mu_{20}+\mu_{02}-\sqrt{(\mu_{20}-\mu_{02})^2+4\mu_{11}^2}}{2}$ olarak elde edilir. Özvektörleri ise, $\begin{vmatrix} \mu_{20} - \lambda_j & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} - \lambda_j \end{vmatrix} \begin{bmatrix} e_{jx} \\ e_{jy} \end{bmatrix} = 0$ ve ${e_{jx}}^2 + {e_{jy}}^2 = 1$ ifadelerinden $e_j = \begin{bmatrix} e_{jx} \\ e_{jy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{11}}{\sqrt{(\lambda_j - \mu_{20})^2 + {\mu_{11}}^2}} \\ \frac{\lambda_j - \mu_{20}}{\sqrt{(\lambda_j - \mu_{20})^2 + {\mu_{11}}^2}} \end{bmatrix}$ olarak elde edilir. Burada $j = 1,2$.

Aslında bu iki özvektör birbirine dik iki birim vektördür. e_1 özvektörü bulunduktan sonra, e_2 özvektörü, e_1 özvektörünün saat yönünün tersinde 90 derece döndürülmesiyle elde edilebilir. Bu durumda, özvektörler, görüntüyle ilgili yön bilgisini verirken; özdeğerler ise, özgün görüntüye döndürülmüş bir elips uydurulduğu varsayılırsa, elipsin x ve y eksenlerine bağlı olarak yarıçap değerlerini vermektedir. Bu özdeğerler, görüntü normalize edilirken, görüntünün yeniden ölçeklenmesinde dikkate alınmaktadır. İkinci döndürme işleminde ise, $r = 3$ cü sıradan merkezi momentlere bağlı olarak, başka bir ifadeyle c_{21} karmaşık momentine bağlı olarak döndürme açısı elde edilebilir.