

Düzey Kümelerini Kullanarak Renkli İmge Bölütleme

Bekir DİZDAROĞLU

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü



www.bekirdizdaroglu.com

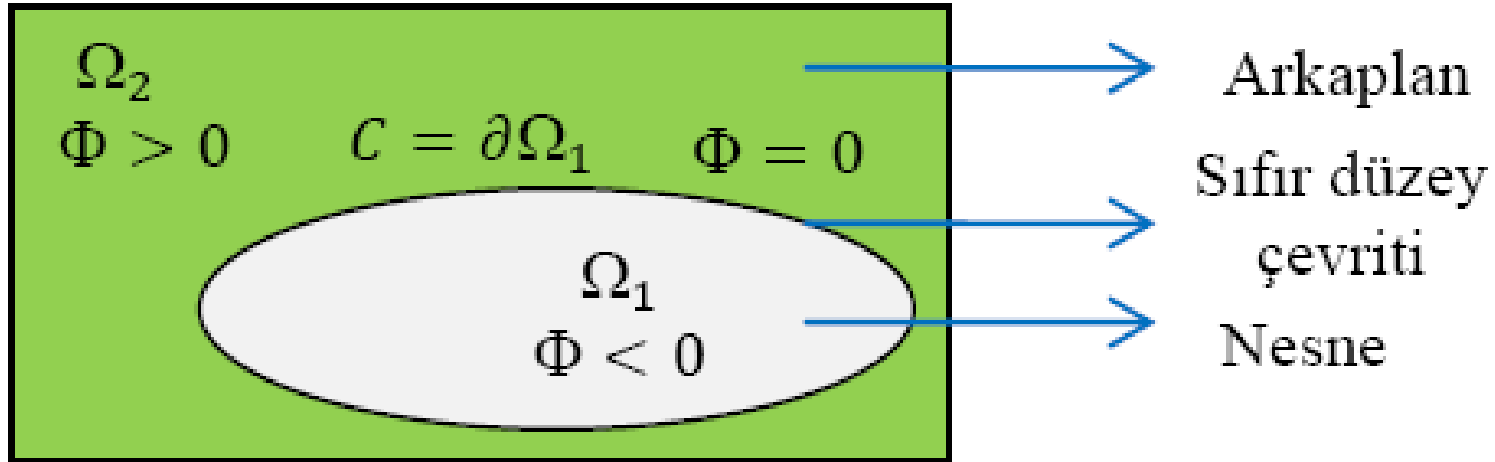


21. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı
Acapulco Hotel, GİRNE
Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti
24-26 Nisan 2013

Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

$\mathbf{I}: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$ bölgesinde tanımlı renkli bir imgeyi gösterebilirsin. $\mathbf{I}$ imgesinin renk kanalları da $\forall \mathbf{p} = (x, y) \in \Omega$ için $I_i(\mathbf{p}): \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $1 \leq i \leq 3$ şeklinde ifade edilebilir.

Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme



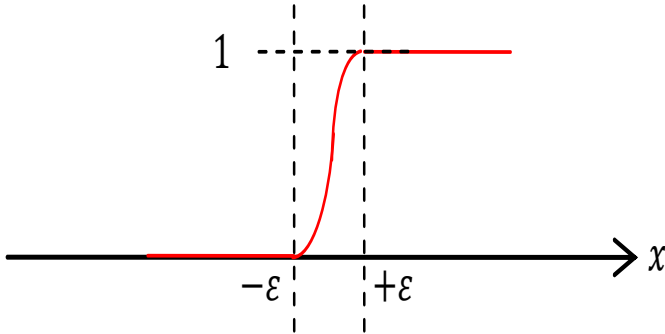
Ω_1 ve Ω_2 bölgeri arasında Φ fonksiyonuna ait sıfır düzey çevritiyle gösterilen bir eğri. Bu eğriye bağlı olarak bölütleme işlemi gerçekleştirilmektedir.

Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

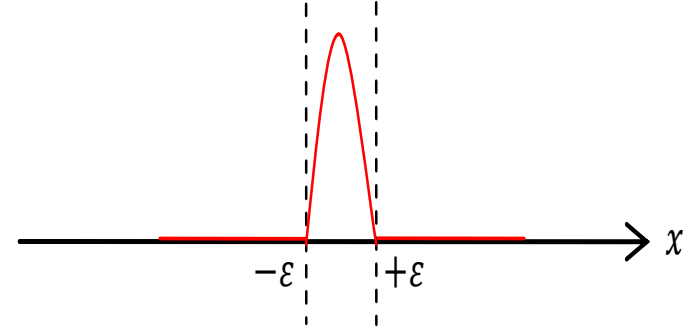
- I. Düzey küme fonksiyonunu düzenleme terim
- II. Sıfır düzey çevriti (eğri uzunluğunu) düzenleme terimi
- III. Alan (bölütlenecek bölgelerinin ayrıştırılmasında kullanılan hız) terimi

$$E(\Phi) = \underbrace{\mu R(\Phi)}_{\text{(I)}} + \underbrace{\lambda L(\Phi)}_{\text{(II)}} + \underbrace{\alpha A(\Phi)}_{\text{(III)}}.$$

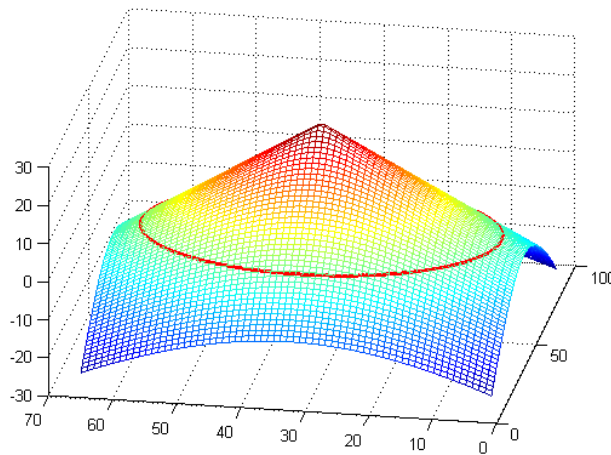
Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme



(a) Heaviside fonksiyonu H_ϵ



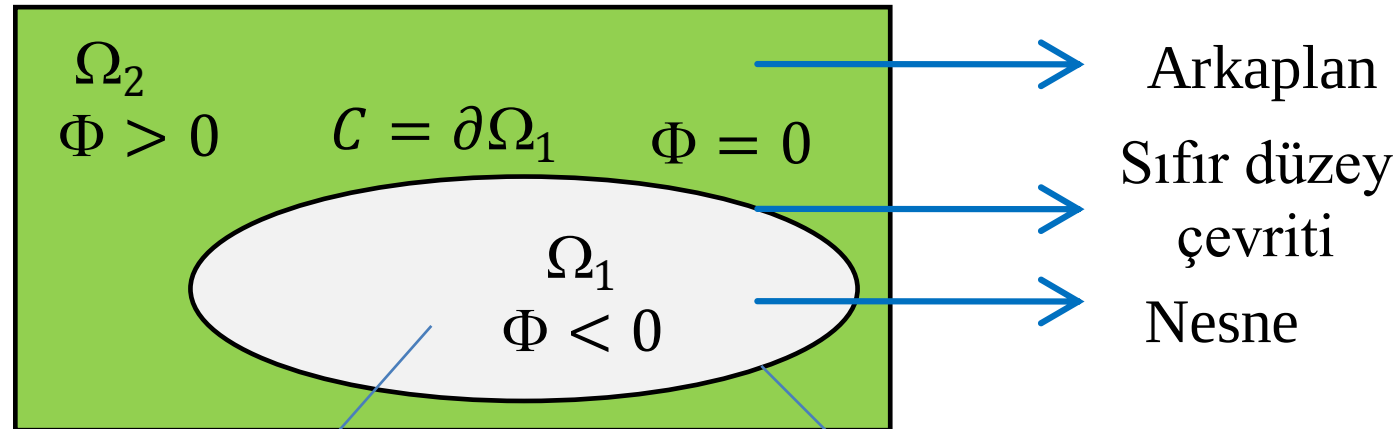
(b) Dirac delta fonksiyonu δ_ϵ



(c) Düzey küme fonksiyonu (başlangıçta)

$$\|\nabla\Phi\| = 1$$

Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme



Alan

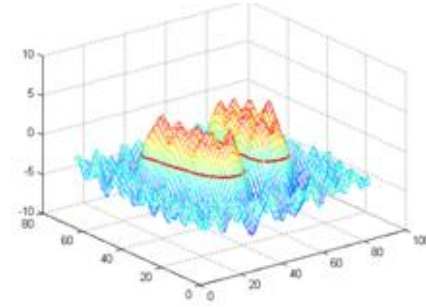
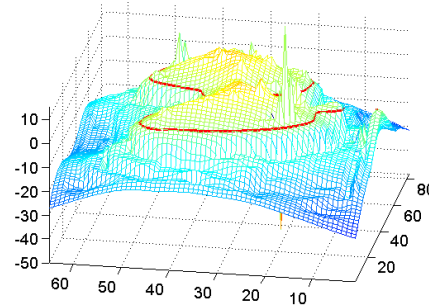
$$A(\Phi) = \int_{\Omega} H_{\varepsilon}(-\Phi) d\mathbf{p}$$

Uzunluk

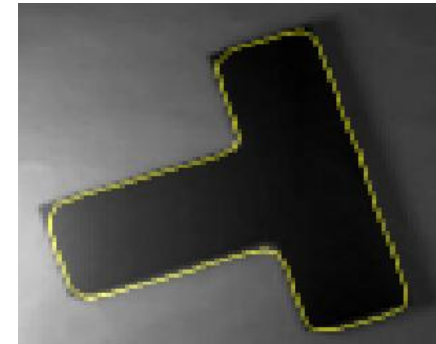
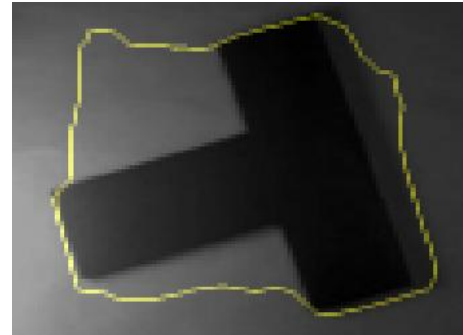
$$L(\Phi) = \int_{\Omega} \delta_{\varepsilon}(\Phi) \|\nabla\Phi\| d\mathbf{p}$$

Kenar Tabanlı Yöntem

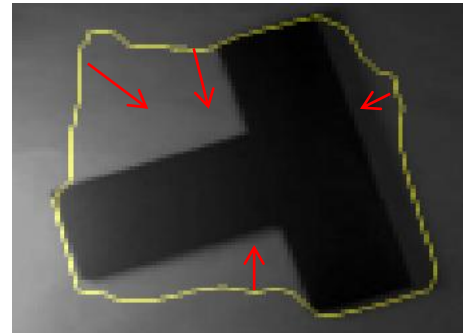
$$R(\Phi) = \int_{\Omega} P(\Phi) d\mathbf{p}$$



$$L(\Phi) = \int_{\Omega} g \delta_{\varepsilon}(\Phi) \|\nabla \Phi\| d\mathbf{p}$$



$$A(\Phi) = \int_{\Omega} g H_{\varepsilon}(-\Phi) d\mathbf{p}$$



Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

- Enerji denkleminin **minimize** edilmesi:
- **Euler langrange**
 - **Gradient descent** (Bayır inişi) -> İterasyonlu yaklaşım (Neumann sınır şartlarına bağlı olarak)

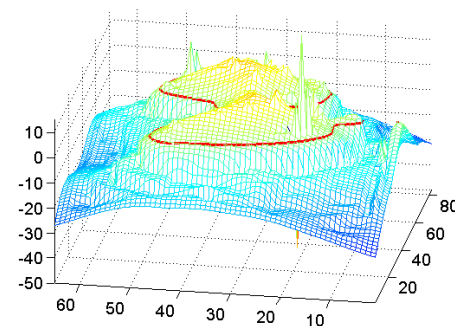
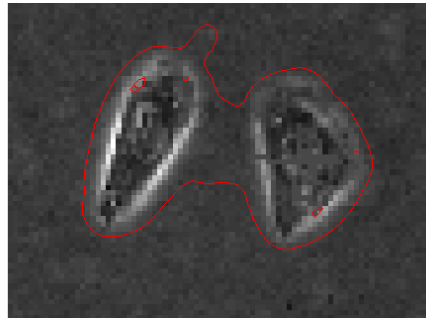
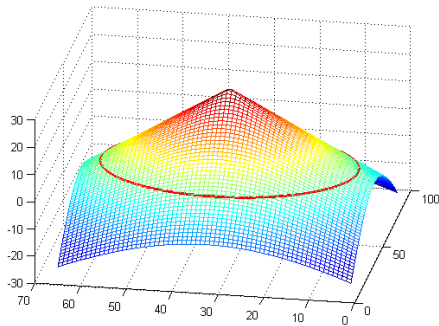
$$\min E(\Phi) = \int_{\Omega} \|\nabla \Phi\|^2 \quad F = \|\nabla \Phi\|^2 \xrightarrow{\text{Isı denklemi}}$$

$$\begin{cases} \Phi_{(t=0)} = \Phi_{initial} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \left(\frac{\partial F}{\partial \Phi} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial \Phi_x} - \frac{d}{dy} \frac{\partial F}{\partial \Phi_y} \right) \end{cases} \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \Phi_{xx} + \Phi_{yy}$$

$$\Phi_{(t+1)} = \Phi_{(t)} + \tau \frac{\partial \Phi_{(t)}}{\partial t}$$

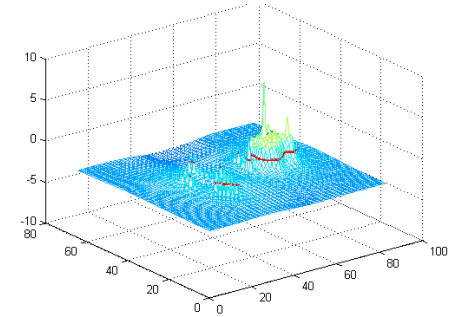
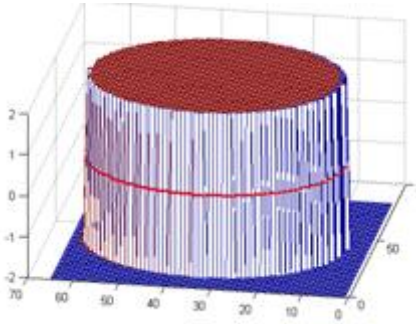
Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

- Düzey küme fonksiyonu (DKF) iterasyon işleminde bozulmaya uğrayabilir.
 - DKFnu düzenlileştirme gerekiyor.
 - Bazı yaklaşımlarda **düzenlileştirme** yapılsa bile yine **sorun çıkabiliyor**.
 - Ayrıca **türev alma** işlemi de **karmaşık**



Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

- DKF nu düzenlileştirmek için yeter şart- $\rightarrow \|\nabla\Phi\| = 1$
 - **Isı denklemi alınamaz**: Düzenlileştirme yapar, ama en sonunda sıfır düzey çevriti yok olur - $\rightarrow \|\nabla\Phi\| = 0$
 - Potansiyel fonksiyonu $P(\|\nabla\Phi\|) = \frac{1}{2} \|\nabla\Phi\|^2$



$$\Phi_{\text{ilklendirme}} = \begin{cases} -c_0 & \Omega_0 \text{ bölgesinde} \\ c_0 & \Omega \setminus \Omega_0 \text{ bölgesinde} \end{cases}$$

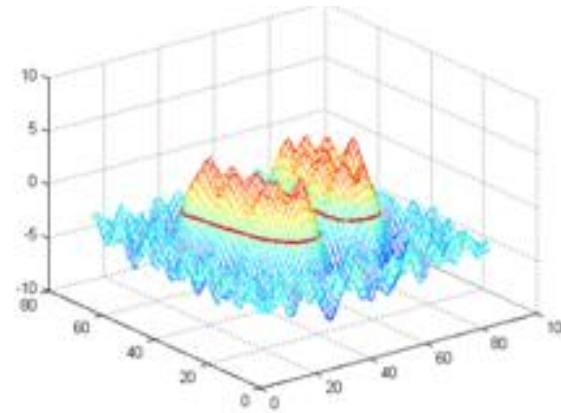
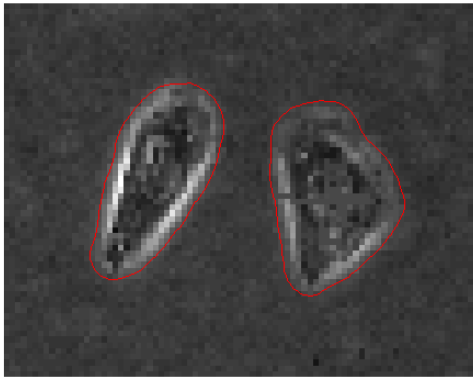
→ Sabit bir sayı

$$\Phi_{(t=0)} = \Phi_{\text{initial}}$$
$$\frac{\partial \Phi_R}{\partial t} = \mu \times \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)$$

Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

- Potansiyel fonksiyon olarak alınabilir. Ama yine sorun var.

$$P(\|\nabla\Phi\|) = \frac{1}{2}(\|\nabla\Phi\| - 1)^2$$



$$\frac{\partial \Phi_R}{\partial t} = \mu \operatorname{div}(D(\|\nabla\Phi\|)\nabla\Phi) = \mu \times \left(\nabla^2\Phi - \operatorname{div}\left(\frac{\nabla\Phi}{\|\nabla\Phi\|}\right) \right)$$

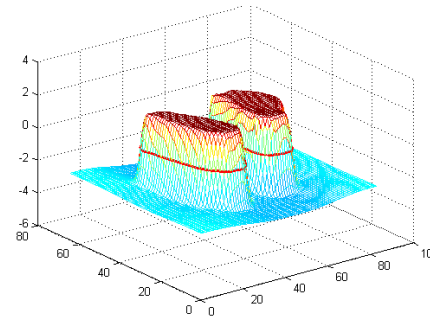
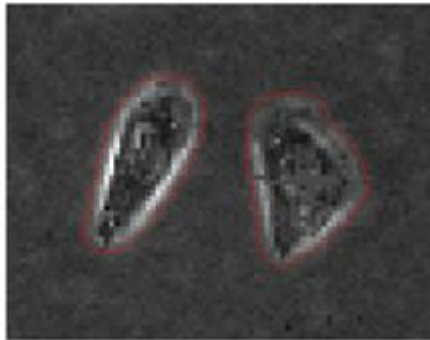


$$D(x) = x^{-1} \times (\partial P(x)/\partial x)$$

Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

- En uygun potansiyel fonksiyon:

$$P(x) = \begin{cases} \frac{1}{(2\pi)^2} (1 - \cos(2\pi x)) & \text{if } x \leq 1 \\ \frac{1}{2} (x - 1)^2 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$



Düzey Kümeleriyle İmge Bölütleme

Toplam Değişim Yöntemi

- Enerji denklemi çözümlendiğinde:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mu \operatorname{div}(D(\|\nabla \Phi\|) \nabla \Phi) + \vartheta \delta_{\varepsilon}(\Phi) \operatorname{div} \left(g \frac{\nabla \Phi}{\|\nabla \Phi\|} \right)$$

$$+ \alpha g \delta_{\varepsilon}(\Phi).$$

Bu katsayının işaretine bağlı olarak sıfır düzey çevriti ya genişler (-) ya da daralır (+)

$$\int_{\Omega} g H_{\varepsilon}(-\Phi) d\mathbf{p}$$

Kenar bildirici fonksiyon $\leftarrow g = (1 + \|\nabla(G_{\sigma} * I)\|^2)^{-1}$

- Skaler Yöntem (**Otomatik**)

$$\mu \times \left(\nabla^2 \Phi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi}{\|\nabla \Phi\|} \right) \right) + \vartheta \delta_{\varepsilon}(\Phi) \operatorname{div}(\|\nabla \Phi\|^{s(\|\nabla(G_{\sigma} * I)\|)-2} \nabla \Phi) + \alpha \delta_{\varepsilon}(\Phi) \nabla^2(G_{\sigma} * I)$$

Ağırlıklı Toplam Değişim Yöntemi

LoG

Renkli İmge Bölütleme

- Uzunluk teriminde,
 - renkli imgenin kenar bildirici fonksiyonu kanallarının birbirleriyle etkileşimleri dikkate alınarak hesaplandı
- Alan teriminde,
 - iz tabanlı bir yöntem kullanılarak sıfır düzey çevritinin otomatik olarak nesne sınırlarına konumlandırılması sağlandı

Renkli İmge Bölütleme

- Uzunluk ve Alan terimleri yeniden düzenlendi.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mu \operatorname{div}(D(\|\nabla \Phi\|)\nabla \Phi) +$$

$$\delta_{\varepsilon}(\Phi) \operatorname{div}(\|\nabla \Phi\|^{s(\|\nabla \mathbf{I}\|)-2} \nabla \Phi) + \alpha \delta_{\varepsilon}(\Phi) \operatorname{trace}(\mathbf{T} \mathbf{H}).$$

Ağırlıklı Toplam Değişim Yöntemine bağlı Uzunluk terimi

İz Yaklaşımına bağlı Alan terimi

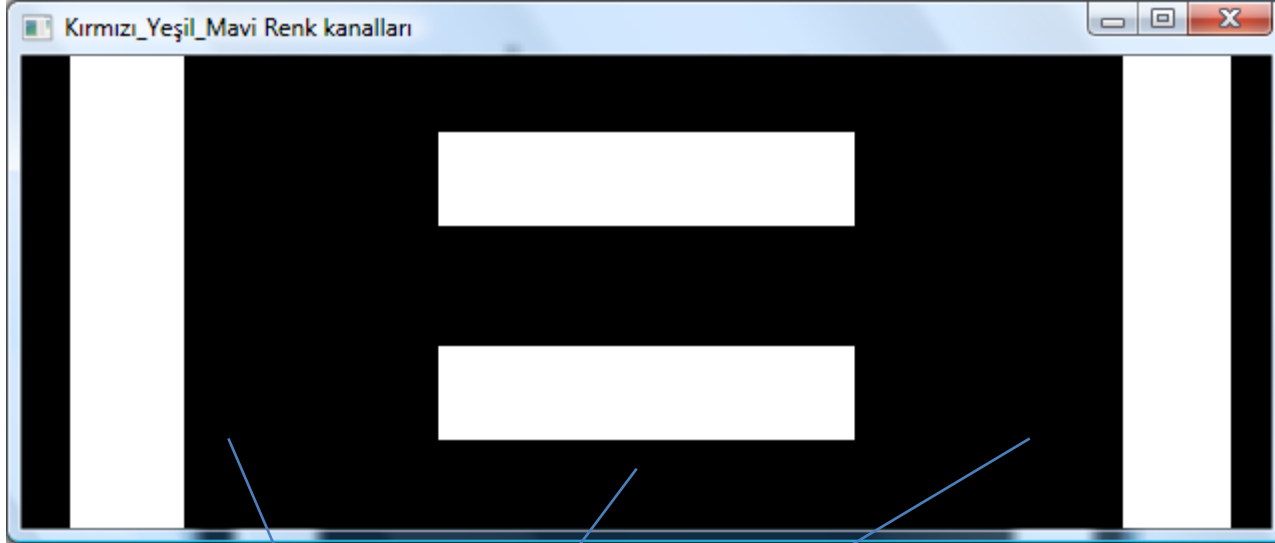
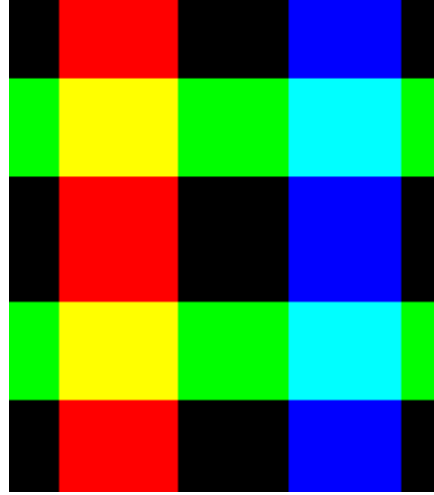
Renkli İmge Bölütleme



Bazen **imgenin geometrik yapısı** tam olarak elde edilemez.



Renkli İmge Bölütleme



(K)ırmızı, (Y)eşil ve (M)avi renk kanalları

Renkli İmge Bölütleme

Yapı tensörü

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} K_x^2 + Y_x^2 + M_x^2 & K_x K_y + Y_x Y_y + M_x M_y \\ K_y K_x + Y_y Y_x + M_y M_x & K_y^2 + Y_y^2 + M_y^2 \end{bmatrix},$$

İki tane pozitif **özdeğer**, **değişim miktarını** verir

$$\lambda^{\pm}$$

Dikgen iki tane **özvektör**, **yön bilgisini** verir

$$\varphi^{\pm}$$

Renkli İmge Bölütleme

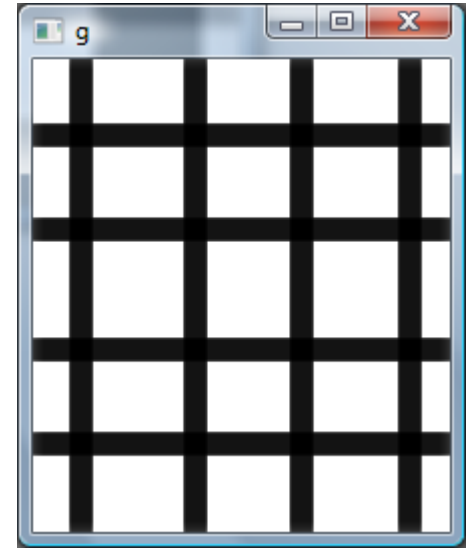
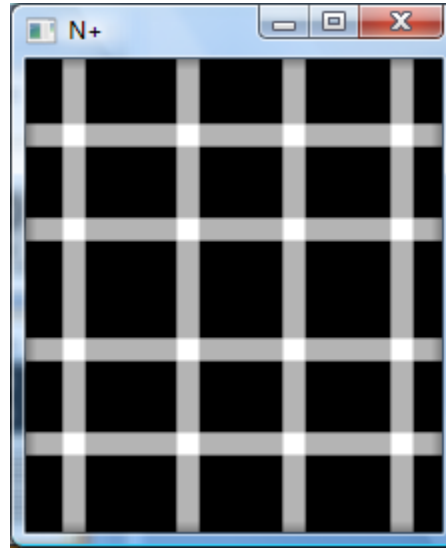
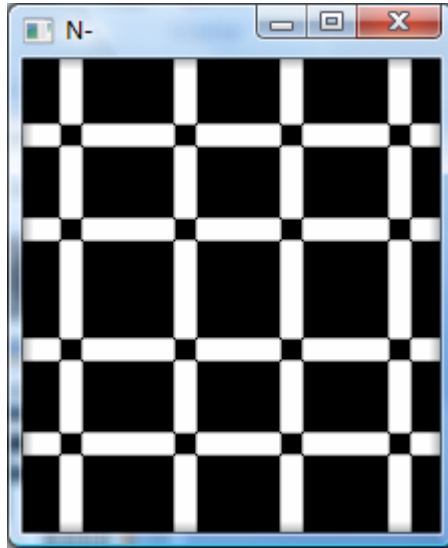
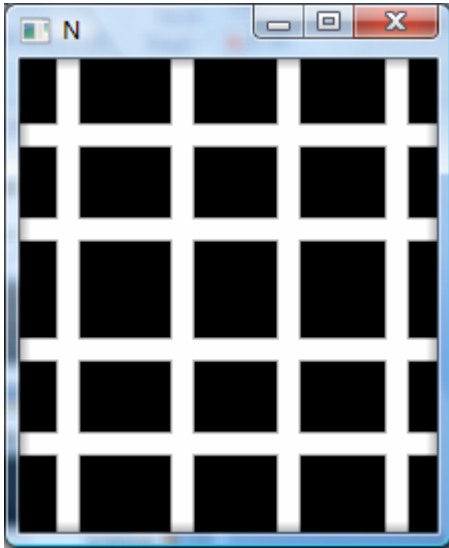
$$N = \sqrt{\lambda^+}$$



$$N_- = \sqrt{\lambda^+ - \lambda^-}$$



$$N_+ = \|\nabla \mathbf{I}\| = \sqrt{\lambda^+ + \lambda^-} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \|G_\sigma * \nabla I_i\|^2}$$



$$g = (1 + \|\nabla(G_\sigma * \mathbf{I})\|^2)^{-1}$$

Renkli İmge Bölütleme

- Yayınım tensörü

$$\mathbf{T} = s^-(\lambda^+, \lambda^-) \varphi^- \varphi^{-T} + s^+(\lambda^+, \lambda^-) \varphi^+ \varphi^{+T}$$

$$s^-(\lambda^+, \lambda^-) = (1 + \lambda^+ + \lambda^-)^{-a_1}$$

$$a_1 < a_2$$

$$s^+(\lambda^+, \lambda^-) = (1 + \lambda^+ + \lambda^-)^{-a_2}$$

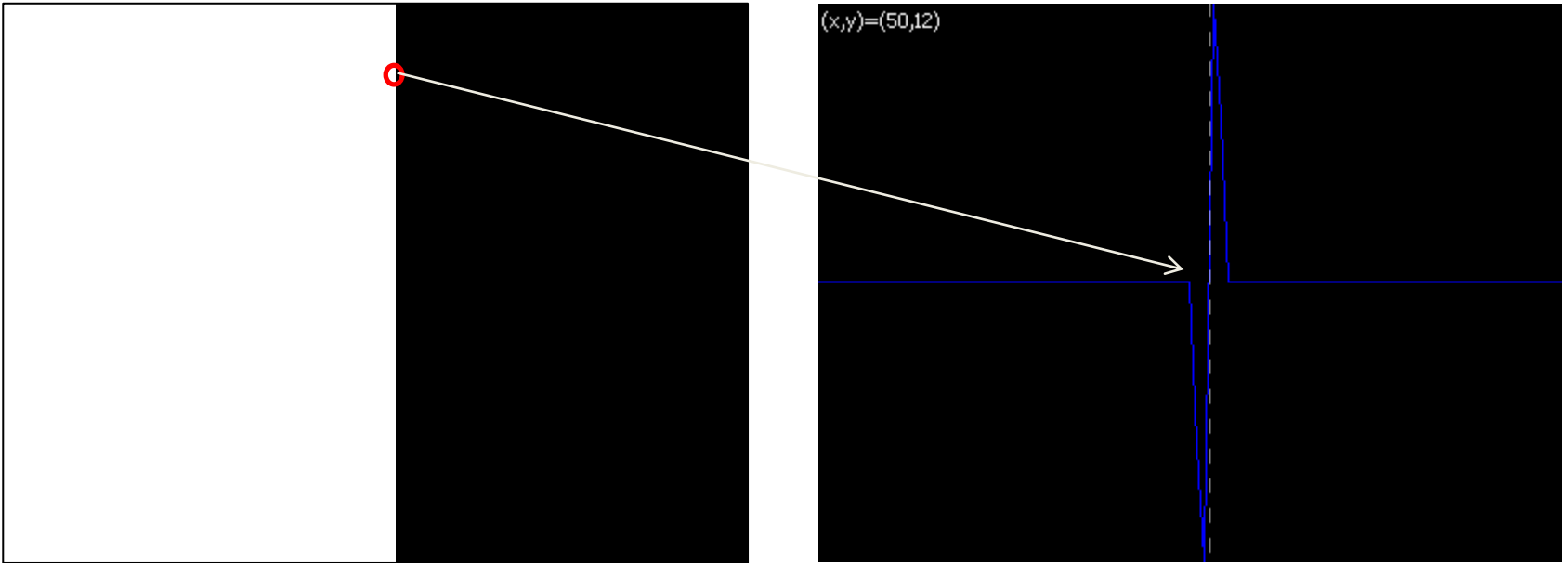
- Hessian Matrisi

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \partial^2 I_i / \partial x^2 & \partial^2 I_i / \partial x \partial y \\ \partial^2 I_i / \partial y \partial x & \partial^2 I_i / \partial y^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H}(k, j) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{H}_i(k, j), k, j = 1, \dots, 2$$

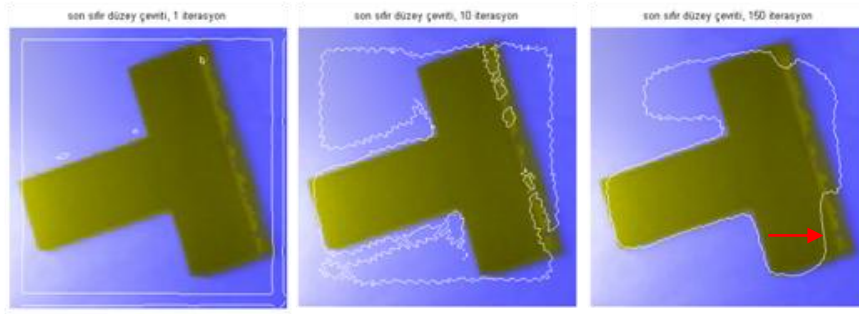
Optimize edilmesi gerekiyor

Renkli İmge Bölütleme

- İz tabanlı yaklaşımla, $\text{trace}(\mathbf{TH})$
imge kenarında **otomatik olarak** işaret (+) ve (-) olarak değişiyor.



Renkli İmge Bölütleme

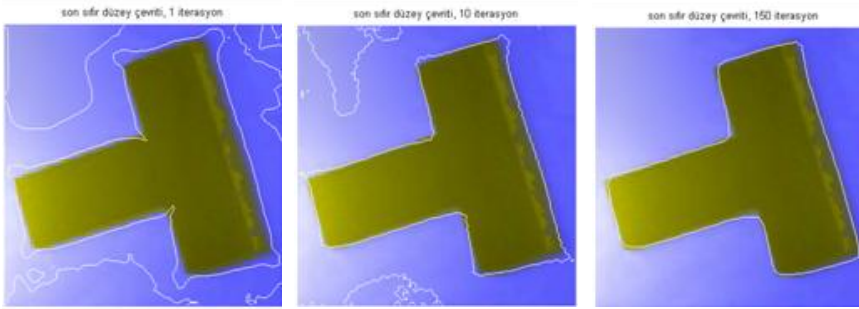


(a)

(b)

(c)

Skaler Yöntem

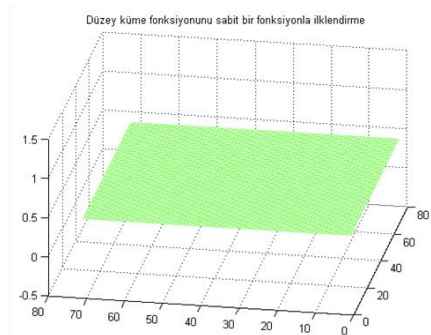


(d)

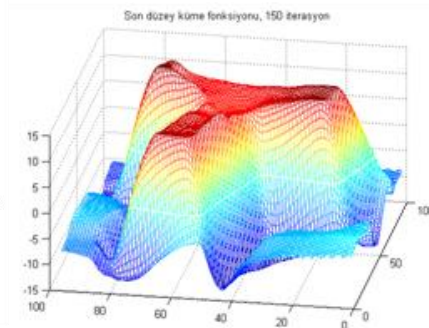
(e)

(f)

Önerilen Yöntem



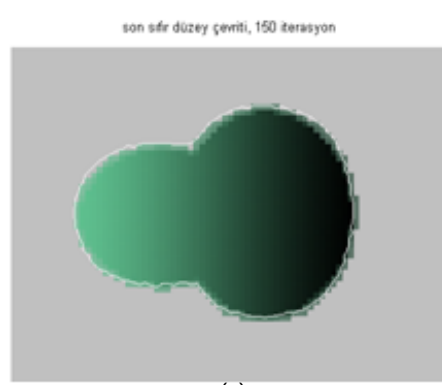
(g)



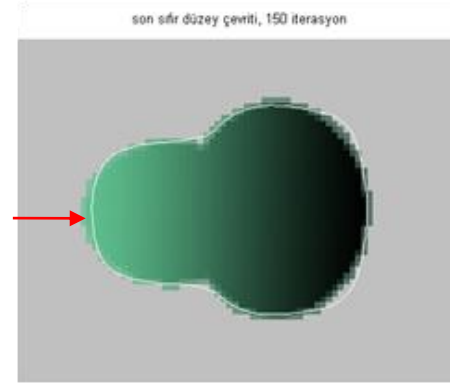
(h)

Düzey fonksiyonu

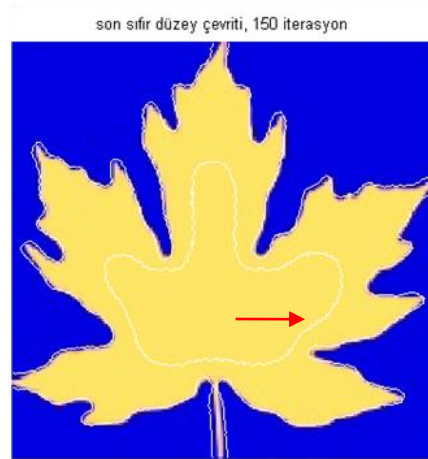
Renkli İmge Bölütleme



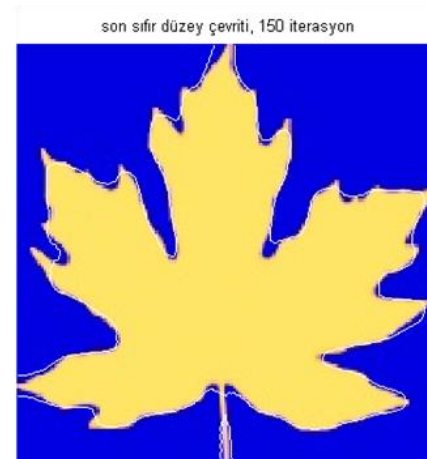
(a)



(b)



(a)

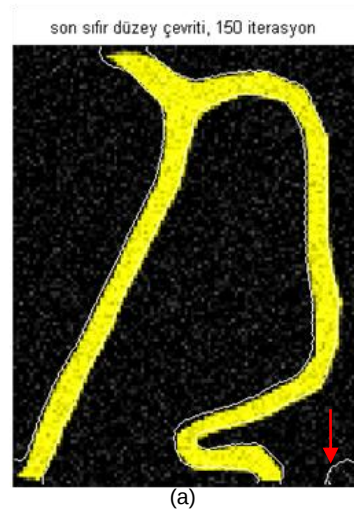


(b)

Skaler Yöntem

Önerilen Yöntem

Renkli İmge Bölütleme



Skaler Yöntem

Önerilen Yöntem

Renkli İmge Bölütleme

Teşekkürler...

Sorular ?