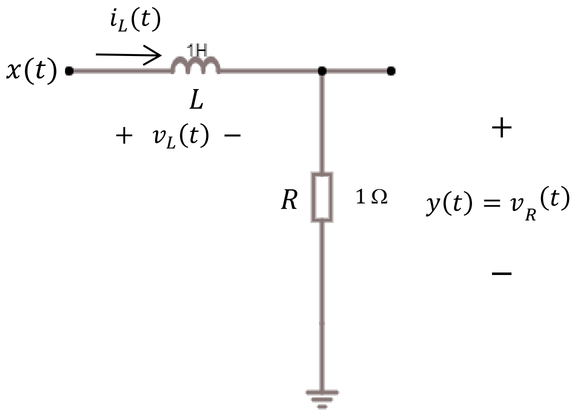
KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
2017-2018 Eğitim-Öğretim Bahar Yarıyılı
Sinyaller ve Sistemler Final Sınavı Soruları

- ✓ Soru kâğıdına **adınız**, **soyadınız** ve **numaranız** dışında başka hiçbir şey yazmayınız.
- ✓ Sınav süresi **110** dakikadır.



$v_L(t) = L\dfrac{di_L(t)}{dt}$	$v_R(t) = Ri_L(t)$
$h(t) = \dfrac{ds(t)}{dt}$	$H(j\Omega) = \displaystyle\int_{t=-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j\Omega\tau}d\tau$

Soru 1) Yukarıda verilen devrenin $s(t)$ **birim basamak tepkesi**, $h(t)$ **birim vuruş tepkesi** ve $H(j\Omega)$ **frekans tepkesini** hesaplayınız ve grafiksel olarak çiziniz. Devre, **alçak geçiren süzgeç** ya da **yüksek geçiren süzgeç** midir? Kısaca bilgi veriniz. Devrenin girişine $\boldsymbol{x(t) = A\cos(\Omega_0 t + \varphi)\ V}$ işareti uygulanırsa devrenin çıkışından elde edilecek $\boldsymbol{y(t)}$ işaretini, $|H(j\Omega)|$ genlik tepkesine ve $\arg\{H(j\Omega)\}$ faz tepkesine bağlı olarak ifade ediniz. Devrenin **kararlı**, **zamanla değişmeyen** ve **doğrusal** olup olmadığı hakkında kısaca bilgi veriniz ($i_L(t = t_0 = 0) = 0\ A$ alınız). Burada,

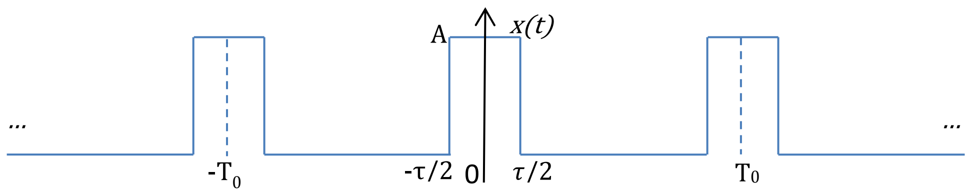
$\frac{di_L(t)}{dt} + \alpha i_L(t) = r(t) = \beta x(t)$ diferansiyel denklemin çözümü $i_L(t) = e^{-\alpha(t-t_0)}i_L(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{-\alpha(t-\tau)}r(\tau)d\tau$ olarak verilebilir.

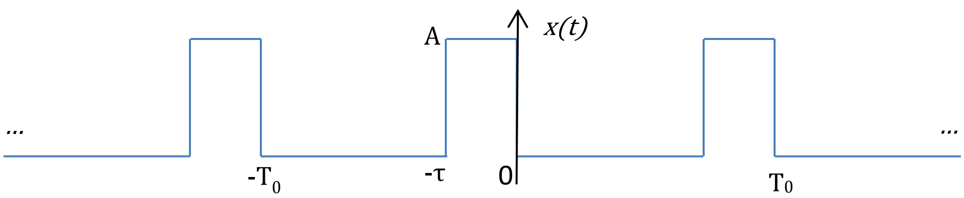
Soru 2) Doğrusal zamanla değişmeyen $x(t)$ girişli ve $y(t)$ çıkışlı bir sistem için aşağıdaki diferansiyel denklem verilsin:

$$\frac{dy(t)}{dt} - y(t) = x(t)$$

Sistemin girişine $\boldsymbol{x(t) = \delta(t)}$ uygulandığında çıkışından $\boldsymbol{y(t) = e^t u(t)}$ elde edilebileceğini ispat ediniz($e^t\delta(t) = \delta(t)$). Ayrıca $\boldsymbol{x(t) = \delta(t)}$ alınması durumunda diferansiyel denklemin **homojen** çözümü ve **özel** çözümünü bulunuz (Başlangıç koşuluna bağlı $\boldsymbol{c}$ katsayısının değerini hesaplamanıza gerek yok).

Soru 3) $\boldsymbol{x(t) = \frac{4}{\pi}\sin(2\pi 100t) + \frac{4}{3\pi}\sin(2\pi 300t) + \frac{4}{5\pi}\sin(2\pi 500t) + \frac{4}{7\pi}\sin(2\pi 700t) + \cdots}$ işaretinin **temel frekansını** bulunuz ve bu işaret, hangi **periyodik bir işaretin seriye açılımı** olarak ifade edebilir? Kısaca açıklayınız.





Soru 4) Yukarıda **üstteki** kare dalganın **Fourier Serisine bağlı katsayıları** $X[k] = \frac{A\tau}{T_0}\text{sinc}(\pi k F_0 \tau),\ k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ olarak verilsin. Bu bağlamda **alttaki** periyodik işaretin **Fourier Serisine bağlı katsayılarını formülize ediniz.**

c.1)

$x(t) = V_L + V_R \qquad x(t) = V_L(t) + i_L(t) R$

$$x(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} + R\, i_L(t)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R}{L} i_L(t) = \frac{x(t)}{L}$$

$$i(t) = \int_0^t e^{-(t-\tau)R/L} \frac{1}{L} u(\tau)\, d\tau = \frac{1}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \int_0^t e^{\frac{R}{L}\tau} d\tau$$

$$i(t) = \frac{1}{L} e^{-\frac{R}{L}t}\left(\frac{L}{R} e^{\frac{R}{L}t} - 1\right) = \frac{1}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$V_R(t) = R \cdot \frac{1}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

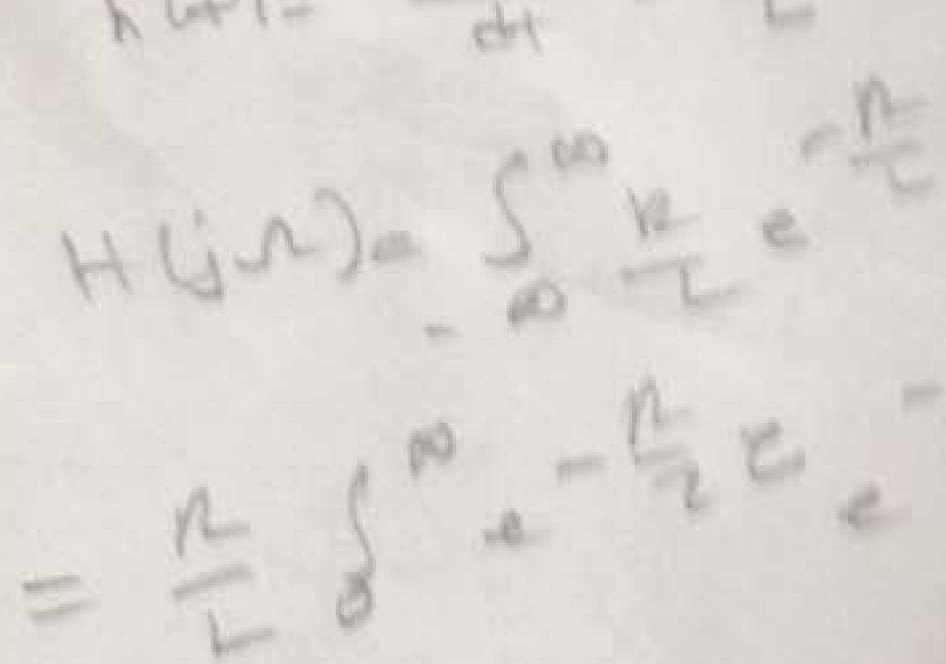
$$y(t) = V_R(t) = s(t) = 1 - e^{-\frac{R}{L}t}$$

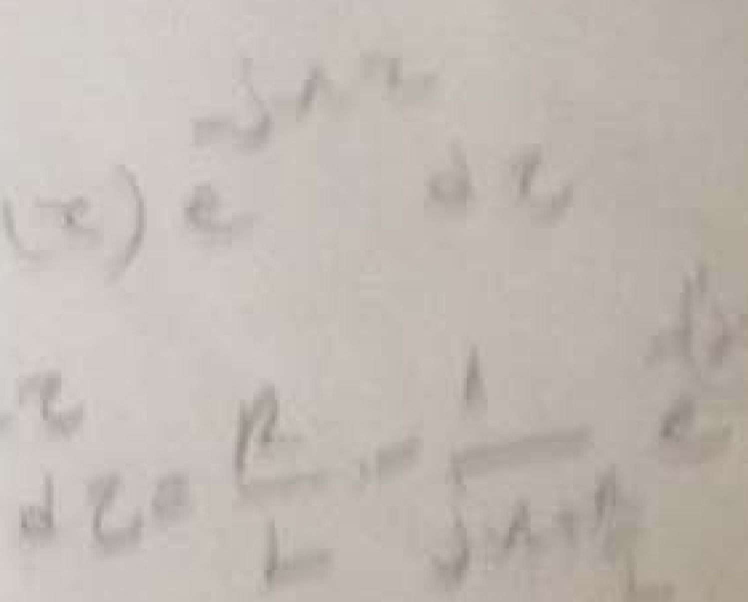
$$h(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$$

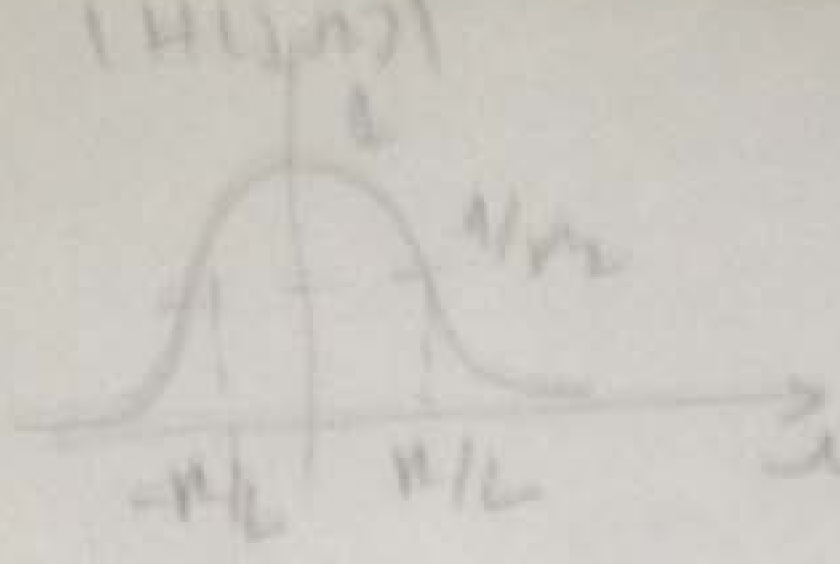
$$H(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}\tau} u(\tau) e^{-j\Omega\tau}\, d\tau$$

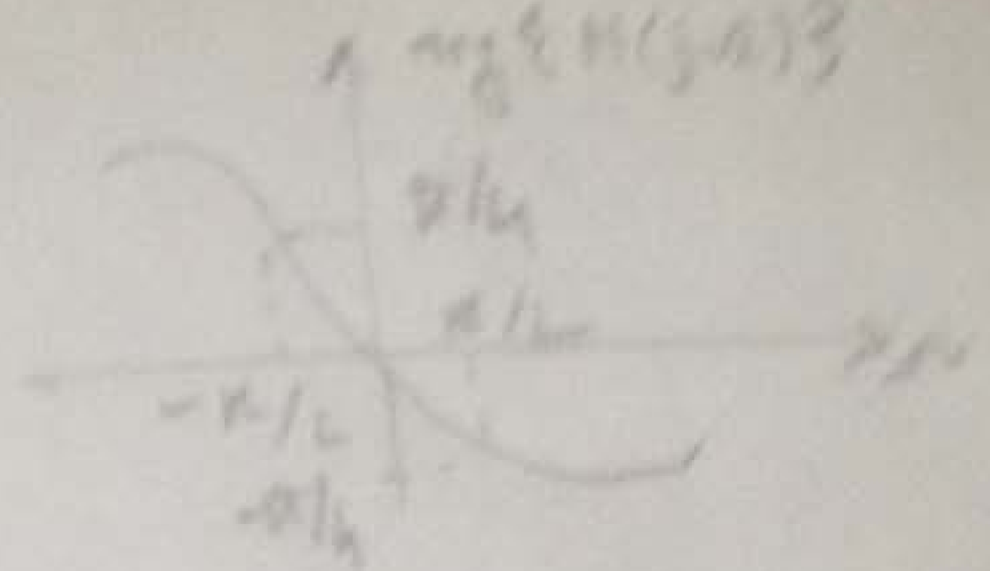
$$= \frac{R}{L}\int_0^{\infty} e^{-\frac{R}{L}\tau} e^{-j\Omega\tau}\, d\tau = \frac{R}{L} \cdot -\frac{1}{j\Omega + \frac{R}{L}} e^{-(j\Omega + \frac{R}{L})\tau}\Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{R}{L} \cdot -\frac{1}{j\Omega + \frac{R}{L}}(0-1) = \frac{R/L}{j\Omega + \frac{R}{L}} = \frac{1}{j\Omega\frac{L}{R} + 1}$$









Devre, $A \in \mathbb{R}$

$y(t) = A\,|H(j\Omega)|\cos(\Omega_0 t + \theta + \arg\{H(j\Omega)\})$

Devre, kararlı, zamanla değişmeyen ve doğrusal.

c-2) $y(t) = e^t u(t)$ $\qquad \frac{dy}{dt}(t) = e^t u(t) + e^t \delta(t)$

$= e^t u(t) + \delta(t)$

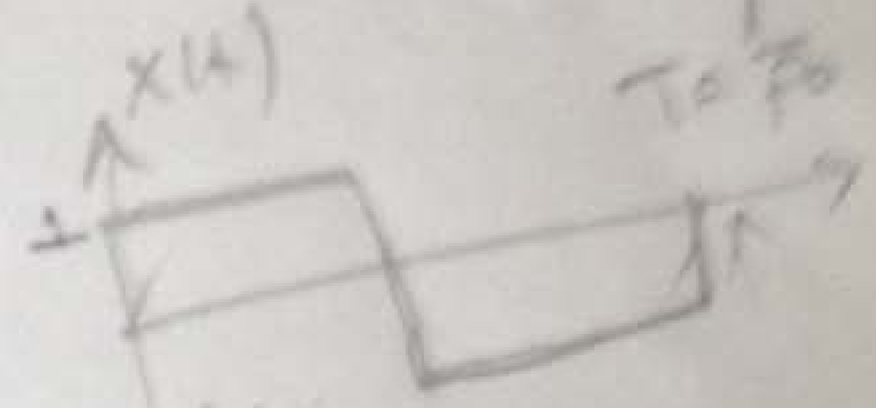
$\frac{dy(t)}{dt} - y(t) = x(t)$

$e^t u(t) + \delta(t) - e^t u(t) = \delta(t)$

$\delta(t) \to h(t) = y(t)$ δ'ye karşılık $\longrightarrow$ $\boxed{y(t)^{(\delta)} = e^t u(t)}$

$y_h(t) = c e^t u(t)$

$\boxed{c r e^{rt} - c e^{rt} = 0 \quad r = 1}$



c-3) $F_0 = 100\ Hz$

Kare dalganın seriye açılımıdır.

c-4) işaret $\tau/2$ kadar sol tarafa ötelendiğinden

$X[k] = \frac{A\tau}{T_0}\,\mathrm{sinc}(\pi k F_0 \tau)\, e^{j\pi k F_0 \tau}$